

Szkolny konkurs o tytuł

„Najlepszego matematyka ZSP nr 2”

w roku szkolnym 2009/2010

I seria zadań - październik

Zadanie 1.

Znajdź wszystkie liczby naturalne mniejsze od 500, które przy dzieleniu przez 12 dają resztę 11, przy dzieleniu przez 18 dają resztę 17, a przy dzieleniu przez 30 dają resztę 29.

Wskazówka: liczbę, która przy dzieleniu przez 7 daje resztę 3 możemy zapisać: $7k+3$, $k \in \mathbb{C}$.

Zadanie 2.

Wykaż, że $\sqrt{8-2\sqrt{15}} + \sqrt{5-2\sqrt{6}} + \sqrt{8+2\sqrt{2}-2\sqrt{5}-2\sqrt{10}} = 1$.

Wskazówka: $8-2\sqrt{15} = (\sqrt{3}-\sqrt{5})^2$.

Zadanie 3.

Po wielu latach spotkało się w kawiarni dwóch matematyków. Gdy rozmowa zesła na temat dzieci jeden z nich pochwalił się, że ma trzy córki. Wieku nie podał wprost, lecz jak przystało na matematyka z poczuciem humoru rzekł:

- Iloczyn wieku moich córek 36
- Za mało danych bym odgadł wiek twoich córek – odrzekł kolega
- Suma ich lat jest równa liczbie stolików w tej kawiarni – dodał tata matematyk
- Ciągłe za mało danych - odpowiedział kolega
- Masz rację. Wiedz zatem, że najstarsza nie jest blondynką – dopowiedział ojciec trzech córek.

I wówczas jego kolega bezbłędnie wymienił wiek trzech córek swojego przyjaciela. W jakim wieku są córki matematyka? Przedstaw odpowiednie rozumowanie.

Zadanie 4.

Wysokość stożka podzielono na trzy równe części płaszczyznami równoległymi do jego podstawy. W ten sposób stożek został podzielony na trzy bryły. Wyznacz stosunek ich objętości.

Wskazówka: stosunek objętości brył jest równy sześciastemu skali podobieństwa.

Zadanie 5.

W zbiorze \mathbb{R} określamy działanie „ \circ ”: $a \circ b = \frac{3ab}{2}$

(np. $5 \circ 6 = \frac{3 \cdot 5 \cdot 6}{2} = 45$).

- czy to działanie jest wykonalne w \mathbb{R}
- sprawdź czy działanie jest przemienne
- wyznacz element neutralny tego działania: e
- wyznacz element odwrotny do danego: a^{-1}

(tzn. $a \in \mathbb{R}$ i $b \in \mathbb{R}$ to $a \circ b \in \mathbb{R}$)
($a \circ b = b \circ a$)
(taki, że $e \circ a = a \circ e = a$)
(taki, że $a \circ a^{-1} = e$).